Olimpiada Naţională de Matematică
- etapa judeţeană - 17.04.2010
Barem de corectare – Clasa a V-a – varianta 2

1. $n = 7 \cdot c_1 + 4 \quad |\cdot(9 \cdot 3)$ 2p

$n = 9 \cdot c_2 + 5 \quad |\cdot(7 \cdot 4)$ 2p

$27n = 63 \cdot 3c_1 + 108$ 1p

$28n = 63 \cdot 4c_2 + 140$ 1p

$n = 63(4c_2 - 3c_1) + 32 \Rightarrow r = 32 < 63$ 1p

2. a) $S = 2^{989} + (2^2 - 1)\cdot 2^{987} + (2^3 - 1)\cdot 2^{984} + (2^4 - 1)\cdot 2^{980} + ... + (2^{43} - 1)\cdot 2^{44} + 2^{44} - 1$ 1,5p

$S = 2^{989} + 2^{989} - \cancel{2^{987}} + \cancel{2^{987}} - \cancel{2^{984}} + \cancel{2^{984}} - \cancel{2^{980}} + \cancel{...} + \cancel{2^{87}} - \cancel{2^{44}} + \cancel{2^{44}} - 1 =$ .. 1,5p

$= 2^{989} + 2^{989} - 1 = 2^{990} - 1$ 1p

b) $2^{990} - 1 = (2^2)^{495} - 1 = (2^2 - 1)\cdot m = 3\cdot m,\ m \in \mathbb{N}^*$ 1p

$2^{990} - 1 = (2^3)^{330} - 1 = (2^3 - 1)\cdot m' = 7\cdot m',\ m' \in \mathbb{N}^*$ 1p

$21 = 3 \cdot 7$ şi $(3, 7) = 1 \Rightarrow S$ se divide cu $3 \cdot 7 = 21$. 1p

sau

$2^{990} = (2^2)^{495} = (3+1)^{495} = M_3 + 1 \Rightarrow S = 2^{990} - 1 = M_3 + 1 - 1 = M_3$ 1p

Analog $S = 2^{990} = M_7$ 1p

Cum $21 = 3 \cdot 7$ şi $(3, 7) = 1 \Rightarrow S$ se divide cu $3 \cdot 7 = 21$. 1p

3. Determină numărul elementelor divizibile cu 2 .... 1p

Determină numărul elementelor divizibile cu 3 .... 1p

Determină numărul elementelor divizibile cu 5 .... 1p

Determină numărul elementelor divizibile cu 6, divizibile cu 10, divizibile cu 15 şi respectiv divizibile cu 30 .... 2p

Scrie formula card(X∪Y∪Z) = card(X) + card(Y) + card(Z) – card(X∩Y) – card(X∩Z) – – card(Y∩Z) + card(X∩Y∩Z) 1p

Finalizare 1p

4. Scrie elementele mulţimii $A_4 = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$ 2p

Găseşte cărei mulţimi îi aparţine elementul $2010 \in A_{45}$ 2p

Determină cel mai mic element al mulţimii A_{2010} (4036082) 1,5p

Determină cel mai mare element al mulţimii A_{2010} (4040100) 1,5p